Pre UnAB
Universidad Andrés Bello

MATERIAL DIDACTICO

Conjuntos Numéricos y Porcentaje

Clase # 1

Universidad Andrés Bello

2021

Conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$

Definición

Son los números desde el 1 al infinito positivo.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$$

Números consecutivos

Si un número natural cualquiera se representa por n, entonces, el número que se obtiene al restarle uno es su antecesor, y el número que se obtiene al sumarle uno es su sucesor

Antecesor de n	Número	Sucesor de n
$n - 1$	n	$n + 1$

Conjunto de los números naturales $\mathbb{N}$

Números Pares

Los números pares son de la forma general: $2n$, donde n pertenece a $\mathbb{N}$. Los números pares son, por lo tanto, múltiplos de 2.

Antecesor par	Número par	Sucesor par
$2n-2$	$2n$	$2n+2$

Números Impares

Los impares son de la forma general: $2n+1$, donde n pertenece a $\mathbb{N}$

Antecesor impar	Número impar	Sucesor impar
$2n-1$	$2n+1$	$2n+3$

Números Primos

Definición

Los números primos se definen como todo número Natural mayor que 1 y que solo se puede dividir por 1 y por sí mismo.

Los primeros números primos de la recta numérica son:

$$2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 23, 29, 31 \ldots$$

Para recordar...

- El número 1 no es primo.
- El primer primo es el 2.

Criterios de divisibilidad

Cuadro de divisibilidad

Es divisible por	Si el número
2	Termina en cero o es par
3	Al sumar sus cifras, resulta un múltiplo de 3
4	Las dos últimas dos cifras son un múltiplo de 4
5	Termina en cero ó en 5
6	Es divisible por 2 y 3 a la vez
9	La suma de sus cifras es múltiplo de 9
10	Termina en cero

Ejemplo

841242 es divisible por 3 ya que la suma de $8+4+1+2+4+2 = 21$, cuyas cifras, a su vez suman 3. Luego, es divisible por 3.

Conjunto de los Números Enteros $\mathbb{Z}$

Definición

Son los enteros positivos, negativos y el cero

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Es decir:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

donde:

- $\mathbb{Z}^+$: Es el conjunto de los enteros positivos
- $\mathbb{Z}^-$: Es el conjunto de los enteros negativos

Conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$

Definicion

Es el conjunto de todos los números que pueden escribirse como fracción

$$\frac{a}{b} = k$$

donde:

a : numerador ; b : denominador ; k : cuociente

Pertenecen al conjunto de los números racionales $\mathbb{Q}$

- Los enteros positivos y negativos: $-3 = \frac{-3}{1}$
- Las fracciones comunes
- Los decimales finitos
- Los decimales infinitos: periódicos y semiperiódicos

Números decimales

Todo número racional se puede escribir como número decimal. Un número decimal se obtiene al efectuar la división entre el numerador y el denominador de una fracción.

- Decimales finitos
- Decimales infinitos periódicos
- Números decimales infinitos semiperiódicos

Ejemplo

El decimal

$$2,4343434343434343\ldots = 2,\overline{43}$$

Es un decimal periodico, cuyo periodo es el número 43.

Operaciones con números racionales

Sean a, b, c y d distintos de cero

- Suma:
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \;=\; \frac{a \cdot d + c \cdot b}{bd}$$
- Resta:
$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} \;=\; \frac{a \cdot d - c \cdot b}{cd}$$
- Multiplicación:
$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \;=\; \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$
- División:
$$\frac{a}{b} \;:\; \frac{c}{d} \;=\; \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} \;=\; \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Amplificar y simplificar una fracción

Amplificar una fracción

Es multiplicar su numerador y su denominador por el mismo número, obteniéndose una fracción equivalente

Ejemplo: La fracción $\frac{5}{2}$ será amplificada por 7

$$\frac{5}{2} = \frac{5}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{7} = \frac{35}{14}$$

Simplificar una fracción

Es dividir el numerador y e denominador de una fracción por el mismo número, obteniéndose una fracción equivalente

Ejemplo: La fracción $\frac{35}{14}$ será simplificada por 7

$$\frac{35}{14} = \frac{5 \cdot 7}{2 \cdot 7} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{7} = \frac{5}{2} \cdot 1 = \frac{5}{2}$$

Transformación de racionales

Caso 1: De fracción a decimal

Para esto, basta dividir el numerador por el denominador

Ejemplo: Vamos a transformar la fracción $\frac{4}{5}$ en un decimal

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8$$

Caso 2: De decimal a fracción común

La fracción resultante tiene como numerador un número sin la coma y como denominador una potencia de 10 con tantos ceros como el número total de decimales

Ejemplo: Vamos a transformar el decimal $0,25$

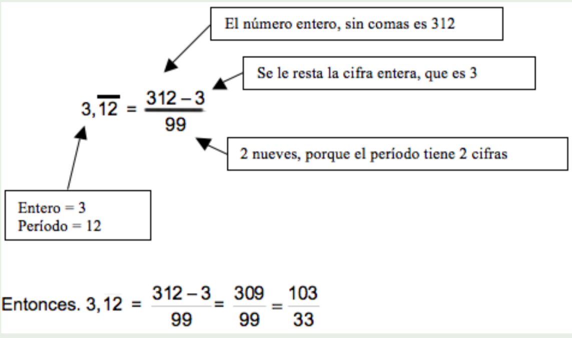
$$0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

Transformación de racionales

Caso 3: De decimal periódico a fracción común

La fracción resultante tiene como numerador el número, sin coma, incluyendo el periódo, menos los enteros. Como denominador, tantos 9 como cifras tenga el periódo.

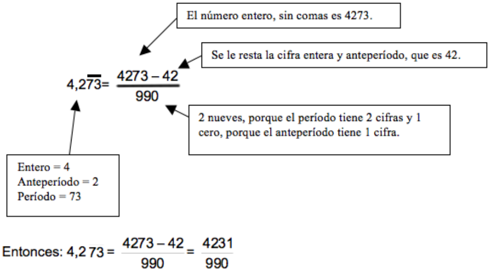
Ejemplo:



Caso 4: De decimal semiperiódico a fracción común

la fracción resultante tiene como numerador una cifra formada por el número sin la coma, menos los enteros y anteperiódo. Como denominador lleva un número de tantos 9 como cifras tenga el periódo, seguidos de tanto ceros como cifras tenga el anteperiódo decimal.

Ejemplo:



Conjunto de los números irracionales $\mathbb{R}/\mathbb{Q}$

Definicion

Es el conjunto de todos los números que "NO" pueden escribirse como fracción $\frac{a}{b}$, siendo a y b enteros, con $b \neq 0$.
Los números irracionales se caracterizan por poseer infinitas cifras decimales que no siguen ningún patrón repetitivo.

Conjunto de los números irracionales $\mathbb{R}/\mathbb{Q}$

En general son irracionales ($\mathbb{R}/\mathbb{Q}$), todas las raíces cuadradas de enteros positivos que no son cuadrado de otro entero.

- $\sqrt{2} = 1,414213562$.......Este es un número de infinitas cifras decimales, sin que presente un periódo o semiperiódo.
- $\pi = 3,141592654$...... No es posible expresarlo como fracción.
- $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618033989$. El llamado "número áureo".

Conjunto de los números reales $\mathbb{R}$

Definicion

Es el conjunto resultante de la unión de los Racionales con los Irracionales. Lo que hoy conocemos como toda la recta numérica.

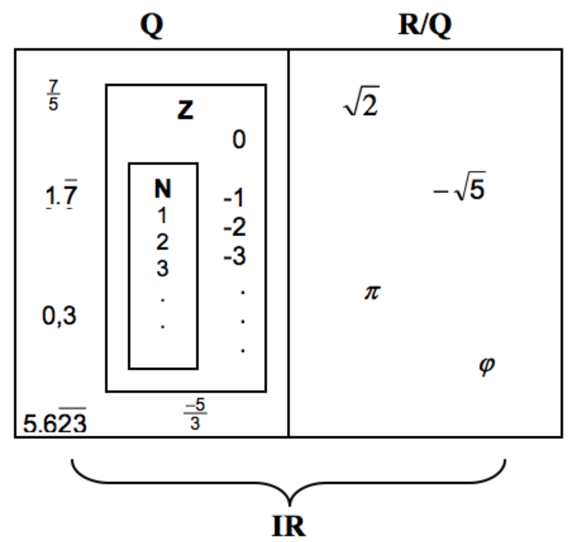
$$\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R}/\mathbb{Q})$$

Pertenecen al conjunto de los Reales $\mathbb{R}$:

- $\mathbb{N}$
- $\mathbb{Z}^{+} \cup \mathbb{Z}^{-} \cup 0$
- $\mathbb{Q}$
- $\mathbb{R}/\mathbb{Q}$

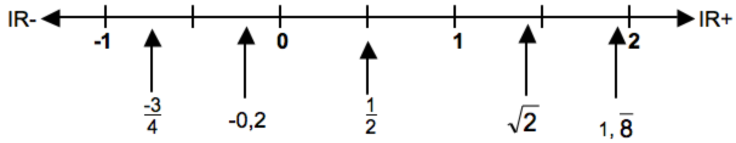
Conjunto de los números reales $\mathbb{R}$

Lo anterior se resume en el siguiente diagrama:



La Recta Real

Recta real es la recta sobre la que se representan los números reales. Para ello se destaca uno de sus puntos, O, que se toma como origen y al que se le asigna el número cero, 0, y, separados entre sí por intervalos de amplitud fija (unidad), se sitúan correlativamente los números enteros, los positivos a la derecha de 0 y los negativos a su izquierda.



De este modo se establece una correspondencia biunívoca entre números reales y puntos de la recta (a cada punto de la recta le corresponde un número real y viceversa).

Porcentajes

Los porcentajes corresponden a una proporcionalidad directa, en que se considera proporcional a 100:

$$\frac{Q}{C} = \frac{P}{100}$$

donde

P : es el tanto porcentaje; C : es la cantidad de referencia correspondiente al total;

Q : es el porcentaje; 100 es el 100 %.

$$Q = \frac{P \cdot C}{100}$$

Ejercicio 1

Se tienen dos números naturales P y Q. Se desea saber si el producto PQ es par o impar:

(1) P es impar.

(2) $P + Q$ es par.

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C)Ambas juntas (1) y (2)

D) Cada una por sí sola (1) ó (2)

E) Se requiere información adicional

Solución:

(1) P es impar Si P es impar, el producto PQ será par o impar, dependiendo del valor de Q. Por lo tanto, (1) por sí sola no sirve para resolver el problema.

(2) P + Q es par La única forma de que $P + Q$ sea par es que ambos términos sean pares o ambos sean impares. Por lo tanto, (2) por sí sola no sirve para resolver el problema planteado.

Ambas juntas, (1) y (2) Según (1), P es impar y si $P + Q$ es par significa que Q es impar. Por lo tanto, con ambas informaciones juntas, (1) y (2), se puede resolver el problema planteado.

Alternativa correcta: **C.**

Ejercicio 2

En la siguiente expresión, n representa un número racional distinto de cero: $5 - \frac{1}{n}$. ¿Para cuál(es) de los siguientes valores de n, la expresión representa un número natural?

$$\text{(I) } n = \frac{1}{2}; \text{ (II) } n = \frac{1}{8}; \text{(III) } n = \frac{-1}{6}$$

A) Sólo (I).
B) Sólo (I) y (II).
C) Sólo (I) y (III).
D) Sólo (II) y (III).
E) (I), (II) y (III).

Ejercicios de resolución guiada

Solución:

(I) Para $n = \dfrac{1}{2}$, se tiene: $5 - \dfrac{1}{\frac{1}{2}} = 5 - 2 = 3$, esto es $\mathbb{N}$.

(II) Para $n = \dfrac{1}{8}$, se tiene: $5 - \dfrac{1}{\frac{1}{8}} = 5 - 8 = -3$, esto es $\mathbb{Z}$.

(III) Para $n = \dfrac{-1}{6}$, se tiene: $5 - \dfrac{1}{\frac{-1}{6}} = 5 - (-6) = 11$, esto es $\mathbb{N}$.

Alternativa correcta: **C.**

Ejercicio 3

El valor numérico de la expresión: $0,4 + 0,\overline{6} + \dfrac{3}{5}$

A) $\dfrac{8}{5}$

B) $\dfrac{13}{5}$

C) $\dfrac{25}{3}$

D) $\dfrac{8}{3}$

E) $\dfrac{5}{3}$

Solución:

$$0,4 + 0,\overline{6} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{06 - 0}{9} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{6}{9} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{5}{5} + \frac{2}{3}$$

$$1 + \frac{2}{3} = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$$

Alternativa correcta: **E.**

Ejercicio 4

El valor numérico de la expresión: $\frac{3}{4} \cdot \frac{(20 - 6 \cdot 4)^2}{2 - \frac{3}{2}}$ es igual a:

A) -12

B) 24

C)32

D) 36

E) 147

Solución:

Aplicando la prioridad operatoria, se resuelve primero el paréntesis del numerador:

$$(20 - 6 \cdot 4)^2 = (20 - 24)^2 = (-4)^2 = 16$$

En el denominador se resuelve la resta $2 - \dfrac{3}{2}$:

$$2 - \frac{3}{2} = \frac{4 - 3}{2} = \frac{1}{2}$$

La expresión original queda:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{16}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 16 \cdot 2}{4} = 24$$

Alternativa correcta: **B.**

Ejercicio 5

Jaime recorre una distancia total de 48 Km. Primero, se traslada un tercio del recorrido en auto. Del resto, los dos novenos los hace en bicicleta, para, finalmente, completar su trayecto caminando. ¿ Cuántos Km. recorre en bicicleta?

A) 32Km

B) 40Km

C)60Km

D) 80Km

E) $\frac{64}{9}$Km

Solución:

Jaime recorre un total de 48 Km. Entonces:

Un tercio (en auto) de 48 es:

$$\frac{1}{3} \cdot 48 = 16Km$$

El resto que le queda es:

$$(48 - 16) = 32Km$$

En bicicleta recorre los dos novenos de 32, es decir:

$$\frac{2}{9} \cdot 32 = \frac{64}{9}$$

Siendo esta la respuesta al problema.

Alternativa correcta: **E.**

Ejercicio 6

En un supermercado hay supervisores, cajeros y reponedores. Si el 60 % de los trabajadores son reponedores, 18 son supervisores y un tercio son cajeros, ¿cuál es el total de trabajadores?

A) 54
B) 72
C) 180
D) 270
E) 350

Solución:

Considerando en porcentaje, la suma es:

$$60 + \frac{1}{3} \cdot 100 + S = 100$$

$$S = \frac{20}{3}$$

Es decir, el $\frac{20}{3}$ % corresponde a 18 supervisores, entonces:

$$\frac{\frac{20}{3}}{100} = \frac{18}{x}$$
$$x = 270$$

Alternativa correcta: **D.**

Adelanto

Próxima Clase:

Potencias, raíces y logaritmos.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl

Pre UnAB
Universidad Andrés Bello

MATERIAL DIDACTICO

Potencias, Raíces y Logaritmos

Clase # 2

Universidad Andrés Bello

2021

Potencias

Definición

Sea a un número real cualquiera. Llamaremos potencia n de a al producto finito, definido por:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \ldots a}_{n \text{veces}}$$

Multiplicación y división de potencias de igual base

- Multiplicación: Se conserva la base y se suman los exponentes: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- División: Se conserva la base y se restan los exponentes: $\dfrac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Potencias

Multiplicación y división de potencias de igual exponente

- Multiplicación: Se multiplican las bases y se mantiene el exponente $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
- División: Se dividen las bases y se mantiene el exponente:
  $a^n : b^n = (a : b)^n$ o bien $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$

Potencia de una potencia

- Se mantiene la base y se multiplican los exponentes $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Potencias

Potencia de exponente cero:

- Toda potencia de exponente cero es igual a uno:
  $a^0 = 1 \qquad \text{para toda} \quad a$

Potencia de exponente negativo

- Es igual a su recíproco, pero con exponente positvo
  $$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$$
- Si la base es una fracción: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$

Raíces

Definición

Llamaremos raíz n-ésima de a a:

$$\sqrt[n]{a} = b \qquad \text{si y solo si} \qquad b^n = a$$

Suma y resta de raíces

Solo se pueden sumar y restar raíces semejantes, es decir, aquellas del mismo índice y mismo radicando.

Producto y división de raices de igual índice

Solo se pueden multiplicar y dividir raíces del mismo índice: Se mantiene el índice y se multiplican y/o dividen las cantidades sibradicales según corresponda:

- Multiplicación: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$
- División: $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

De manera inversa, se puede enunciar que la raíz de un producto es el producto de raíces (lo mismo para el cociente):

- Multiplicación: $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
- División: $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{n}}$

Raíces

Potencia de una raíz

Si $\sqrt[n]{a}$ está definida en $\mathbb{R}$, con $a \neq 0$ y $m \in \mathbb{Z}$, entonces: $\sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$. La raíz es una forma alternativa de expresar una potencia, es decir:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \qquad \text{o bien} \qquad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Racionalización

Consideremos el término $\dfrac{1}{\sqrt{b}}$, amplifiquemos por $\sqrt{b}$, por lo tanto: $\dfrac{1}{\sqrt{b}} = \dfrac{1}{\sqrt{b}} \cdot \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{b}}{b}$

Logaritmos

Definición

Llamaremos logarítmo de b en base a a la expresión:

$$\log_a(b) = m \iff a^m = b, \text{ con } b > 0 \ ; \ a \neq 1 \wedge a > 0.$$

Propiedades de los logaritmos

- Logaritmo de la unidad es cero: $\log_a(1) = 0$ porque $a^0 = 1$.
- Logaritmo de la base es uno: $\log_a(a) = 1$ porque $a^1 = a$
- Logaritmo de un producto: $\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$
- Logaritmo de un cuociente: $\log_a\left(\frac{a}{b}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$
- Logaritmo de una potencia: $\log_a\left(b^n\right) = n \cdot \log_a(b)$

Logaritmos

Logaritmo común o decimal (base 10)

$\log 1 = 0$, porque $10^0 = 1$
$\log 10 = 1$, porque $10^1 = 10$
$\log 100 = 2$, porque $10^2 = 100$
$\log 1000 = 3$, porque $10^3 = 1000$
$\log(0,1) = -1$, porque $10^{-1} = 1/10 \; = \; 0,1$
$\log(0,01) = -2$ porque $10^{-2} = 1/100 \; = \; 0,01$
$\log(0,001) = -3$, porque $10^{-3} = 1/1000 \; = \; 0,001$
$\log(0,0001) = -4$, porque $10^{-4} = 1/10000 \; = \; 0,0001$

Problema 1

De las siguientes:

I $\sqrt{2} + \sqrt{8} = \sqrt{10}$

II $\log(200) = 2 + \log(2)$

III $3^{15} \cdot 2^{15} = 6^{15}$

Es (son) verdadera(s):

A) Solo (I)
B) Solo (I) y (II)
C) Solo (II) y (III)
D) Solo (I) y (III)
E) (I), (II) y (III).

Solución Problema 1

Si analizamos cada afirmación entregada podemos deducir que:

I) $\sqrt{2}+\sqrt{8}=\sqrt{2}+\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$, lo cual es distinto a $\sqrt{10}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}$.

II) Utilizando propiedades de los logaritmos, tenemos que:

$$Log(200)=log(2\cdot 100)=log(2)+log(10^2)=log(2)+2$$

lo cual indica que la afirmación es verdadera.

III) Por propiedades de potencias, tenemos que:

$$3^{15}\cdot 2^{15}=(3\cdot 2)^{15}=6^{15}$$

lo cual es verdadero.

La alternativa correcta es **C**

Problema 2

Si $\log \sqrt{10} = p$, $\log_q \left(\frac{27}{64}\right) = -3$ y $\log_{\frac{1}{3}} r = -2$, ¿cuál es el valor de (pqr)?

A) $\frac{1}{24}$
B) 12
C) $-\frac{27}{8}$
D) $\frac{1}{12}$
E) 6

Solución Problema 2

Para p: $\log\sqrt{10} = p \to \log 10^{1/2} = p \to \dfrac{1}{2}log(10) = p \to p = \dfrac{1}{2}$.
Para q:

$$log_q\left(\frac{27}{64}\right) = -3 \to log_q\left(\frac{3^3}{4^3}\right) = -3 \to 3log_q\left(\frac{3}{4}\right) = -3$$

$$log_q\left(\frac{3}{4}\right) = -1 \to q^{-1} = \frac{3}{4} \to q = \frac{4}{3}$$

Para r: $\log_{\frac{1}{3}} r = -2 \to \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2} = r \to 9 = r$

Entonces: $pqr = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{3}\cdot 9 = 6$

La alternativa correcta es **E**

Problema 3

Si a, b, n y p son números reales positivos, entonces $\sqrt[b]{a^n} \cdot \sqrt[n]{p^b}$ es igual a:

A) ap

B) $(ap)^{\frac{n^2+b^2}{nb}}$

C) $\sqrt[bn]{a^{n^2} \cdot p^{b^2}}$

D) $\sqrt[bn]{(ap)^{n+b}}$

E) ninguna de las anteriores.

Solución Problema 3

Utilizando propiedades de potencias y raíces

$$\sqrt[b]{a^n} \cdot \sqrt[n]{p^b} = a^{n/b} \cdot p^{b/n} = (a^{n^2})^{\frac{1}{nb}} \cdot (p^{b^2})^{\frac{1}{nb}} = \sqrt[nb]{a^{n^2} \cdot p^{b^2}}$$

La alternativa correcta es **C**

Problema 4

$5^{2n-3} - 5^{2n-1} + 25^{n-1} =$

A) 5^{2n-3}

B) 5^{2n-6}

C) 5^{2n-1}

D) $-19 \cdot 5^{2n-3}$

E) 5^{2n}

Solución Problema 4

$$5^{2n-3} - 5^{2n-1} + 25^{n-1}$$

$$5^{2n-3} - 5^{2n-1} + 5^{2^{n-1}}$$

$$5^{2n-3} - 5^{2n-1} + 5^{2n-2}$$

$$5^{2n-3}(1 - 5^2 + 5^1)$$

$$5^{2n-3}(1 - 25 + 5)$$

$$-19 \cdot 5^{2n-3}$$

La alternativa correcta es **D**

Problema 5

¿Cuál de las siguientes expresiones tiene un valor diferente a $2\sqrt{5}$?

A) $\sqrt{5} + \sqrt{5}$

B) $\sqrt{20}$

C) $\sqrt{5 + 5}$

D) $\dfrac{\sqrt{500}}{5}$

E) $\dfrac{10}{\sqrt{5}}$

Solución Problema 5

Revisando las alternativas:

A) $\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, es igual.

B) $\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4}\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$, es igual.

C) $\sqrt{5+5} = \sqrt{10} = \sqrt{2 \cdot 5} = \sqrt{2}\sqrt{5}$, no es igual.

Como se busca la que tiene un valor diferente, la alternativa correcta es **C.**

Problema 6

Se puede calcular el valor numérico de la expresión log(125), si:

(1) $\log 5 = 0,7$

(2) $\log 2 = 0,3$

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.

Solución Problema 6

Utilizando propiedades de los logaritmos obtenemos que:

$$log(125) = log(5^3) = 3log(5) = 3 \cdot 0,7 = 2,1$$

Por lo tanto la alternativa correcta es **A.**

Adelando

Próxima Clase:

Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones de primer grado.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl

Pre UnAB
Universidad Andrés Bello

MATERIAL DIDACTICO

Expresiones Algebraicas, Ecuaciones e Inecuaciones de primer grado

Clase # 3

Universidad Andrés Bello

2021

Expresiones Algebraicas

Definición

Conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre si por los signos de las operaciones aritméticas y de potenciación.

Una expresión algebraica se denomina:

1. **Monomio:** expresión formada por un solo término algebraico.
2. **Polinomios:** expresión formada por más de un término algebraico. Dentro del conjunto de los polinomios es posible destacar:
   (a) **binomios:** Formado por dos términos algebraicos.
   (b) **Trinomios:** Formado por tres términos algebraicos.

Términos semejantes

Dos o más términos algebraicos se denominan semejantes si poseen el mismo factor literal.

Multiplicación de un monomio por un monomio

Se multiplican los coeficientes entre sí y los factores literales entre sí.

Multiplicación de un monomio por un binomio

Consideremos el monomio a y el binomio $b \pm c$, entonces:

$a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac$

Multiplicación de un binomio por un binomio

Consideremos los binomios $a + b$ y $c + d$, entonces:

$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd = a(c + d) + b(c + d)$

Productos notables

Llamaremos productos notables a los casos particulares de algunas multiplicaciones entre binomios. Particularmente, analizaremos dos casos:

- **Cuadrado de binomio:** $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- **Suma por diferencia:** $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- **Cubo de un binomio:** $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$
- **Suma de cubos:** $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- **Diferencia de cubos:** $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Factorizar

Llamaremos factorizar al proceso en el cual se transforma un polinomio en un producto de expresiones algebraicas.

Factorización por un monomio

Esta factorización se denomina **factorización por término común** y se representa por:

$$xm + xn = x \cdot (m + n)$$

Factorización de una diferencia de cuadrados

Utilizando los prodcutos notables, tenemos que:

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Factorizacion un trinomio de la forma $x^2 + mx + n$

Se buscan dos números que multiplicados entre sí resulte $\boldsymbol{n}$ y que sumandos resulten $\boldsymbol{m}$, es decir:

$x^2 + mx + n = (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

Factorización de trinoios cuadrados perfectos

Al igual que en le caso anterior, se pueden utilizar los productos notables para definir la factorización: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

Ecuaciones de Primer Grado

Generalidades

- Una ecuación es una igualdad en la cual se desconoce uno o más términos.
- Resolver una ecuación es calcular el o los valores que satisfacen la igualdad.
- Raíces: son las soluciones de una ecuación.
- Número de raíces: una ecuación tiene tantas soluciones como sea su grado. Así una ecuación de 1er grado tiene una solución.

Ecuaciones de Primer Grado

Propiedades en una ecuación

Una igualdad se mantiene si se realiza una misma operación a ambos lados de esta

- $a = b \Longrightarrow a \pm c \ = \ b \pm c.$
- $a = b \Longrightarrow a \cdot c = b \cdot c.$
- $a = b \Longrightarrow a^n = b^n.$
- $a = b \Longrightarrow \sqrt{a} = \sqrt{b}.$
- $a = b \Longrightarrow \log(a) = \log(b).$

Ecuación de primer grado

Una ecuación de primer grado es una relación de igualdad de la forma $ax + b = 0 \quad \text{con} \quad a \neq 0 \quad a, b, \in \mathbb{R}$
Su solución es: $x = \dfrac{-b}{a}$

Desigualdades

- $a < b$: Se lee a es menor que b o b es mayor que a.
- $a \leq b$: Se lee a es menor o igual que b o b es mayor o igual que a.
- $a < b < c$: Se lee b es mayor que a y menor que c.

Propiedades de una desigualdad

- Una desigualdad se mantiene si se suma o resta la misma cantidad a ambos lados:

$$\text{Si} \quad a \leq b \quad \text{entonces:} \quad a \pm c \leq b \pm c$$

- Una desigualdad se mantiene si se multiplica (o divide) por una cantidad positiva:

$$\text{Si} \quad n > 0 \quad \text{y} \quad a \leq b \quad \text{entonces} \quad n \cdot a \leq n \cdot b$$

- Una desigualdad cambia si se multiplica (o divide) por una cantidad negativa:

$$\text{Si} \quad n < 0 \quad \text{y} \quad a \leq b \quad \text{entonces} \quad n \cdot a \geq n \cdot b$$

Intervalo cerrado

En esta caso, los extremos a y b incluidos dentro del conjunto. Esta situación se denota como corchetes *hacia adentro*. También se denota con un punto lleno o ennegrecido.

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x \leq b\}$$

Intervalo abierto

En este caso, los extremos a y b no son parte del conjunto. Están excluidos. Esta situación se denota con paréntesis redondos o con corchetes mirando *hacia afuera*. También se denota con un punto sin relleno.

$$]a, b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x < b\}$$

Intervalo semiabierto o semicerrado

En estos casos, uno de los extremos es abierto y el otro es cerrado.

$]a, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, a < x \leq b\}$

$[a, b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, a \leq x < b\}$

Inecuaciones de Primer Grado

Intervalos hacia el infinito:

$]a, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \geq a\}$

$]a, \infty[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x > a\}$

$]-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \leq b\}$

$]-\infty, b[= \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < b\}$

Inecuaciones de Primer Grado

Inecuación lineal

Una inecuación lineal es aquella de la forma

$$ax + b \leq 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b > 0$$

las cuales son verdaderas para un conjunto de valores de la incógnita x. A este conjunto se le denomina conjunto solución de la inecuación.

Problema 1

$(x+5)(x-5)-(x-3)^2 =$

A) $2 \cdot (x^2 + 3x - 17)$

B) $2 \cdot (x^2 + 3x - 8)$

C) $2 \cdot (3x - 17)$

D) $2 \cdot (3x - 8)$

E) -16.

Solución Problema 1

$$(x+5)(x-5)-(x-3)^2$$

$$x^2-25-(x^2-6x+9)$$

$$x^2-25-x^2+6x-9$$

$$6x-34$$

$$2(3x-17)$$

La alternativa correcta es **C**

Ejercicios de Resolución Guiada

Problema 2

El trinomio $x^2 - 11x + 24$ puede ser factorizado:

A) $(x-8)(x-3)$

B) $(x+8)(x-3)$

C) $(x-8)(x+3)$

D) $(x+12)(x-1)$

E) $(x-2)(x+12)$

Solución Problema 2

Para factorizar la expresión

$$x^2 - 11x + 24$$

se buscan dos números que sumados resultan -11 y multiplicados sean 24.
Los números son -3 y -8, por lo que la factorización es:

$$(x-3)(x-8)$$

La alternativa correcta es **A**

Problema 3

La cabeza de un pez corresponde al tercio de su peso total, la cola a un cuarto del peso, mientras que el resto del cuerpo pesa $2,5$ Kg. El peso total del pez en kilogramos es:

A) $3,5$

B) 4

C) 5

D) 6

E) $6,5$

Solución Problema 3

Se puede modelar la situación en una ecuación, considerando como x al peso total del pez

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + 2,5 = x$$

$$4x + 3x + 30 = 12x$$

$$-5x = -30$$

$$x = 6$$

La alternativa correcta es **D**

Problema 4

Después de gastar la mitad de lo que tenía y prestar la mitad de lo que me quedó, tengo \$21000. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

A) 21000

B) 42000

C) 66000

D) 84000

E) 100000

Solución Problema 4

Considerando como x el dinero que se tenía al principio, se plantea la ecuación:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 21000 = x$$

$$2x + x + 84000 = 4x$$

$$x = 84000$$

La alternativa correcta es **D**

Problema 5

Luis tiene \$365000 para gastar en un tornamesa y algunos discos de vinilo. Si compra el tornamesa en \$219000 y el costo de los discos es de \$18950 cada uno, determine el mayor número de discos que puede comprar Luis.

A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10

Solución Problema 5

Considerando x el número de discos, se plantea la inecuación

$$365000 \geq 219000 + 18950x$$

$$\begin{aligned} 146000 &\geq 18950x \\ \frac{146000}{18950} &\geq x \\ 7,70 &\geq x \end{aligned}$$

Como x representa discos el máximo debe ser 7, ya que con el presupuesto no se completa el octavo disco.

La alternativa correcta es **B**

Problema 6

Considerando la inecuación $ax + b < 0$, se puede saber el conjunto solución (para x) de ésta ,si se sabe que:

(1) $a + b = 0$

(2) $a = 5$

A) (1) por sí sola.
B) (2) por sí sola.
C) Ambas juntas, (1) y (2).
D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).
E) Se requiere información adicional.

Solución Problema 6

En las condiciones se dan los datos para calcular a y b, luego de esto se puede resolver la inecuación. Por lo tanto la alternativa correcta es **C.**

Adelante

Próxima Clase:

Sistemas de Ecuaciones Lineales y Ecuaciones de Segundo Grado.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl

Pre UnAB

Universidad Andrés Bello

MATERIAL DIDACTICO

Sistemas de Ecuaciones Lineales y Ecuaciones de Segundo Grado

Clase # 4

Universidad Andrés Bello

2021

Definición

Sean x e y incógnitas. Llamaremos sistemas de ecuaciones lineales al conjunto formado por:

$$\left.\begin{array}{rcl} a_1x + b_1y & = & c_1 \\ a_2x + b_2y & = & c_2 \end{array}\right|$$

El cual tiene solución en la medida que $a_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot a_2 \neq 0$.

Resolución por Reducción

A continuación se detallan los pasos a seguir para resolver un sistema de ecuaciones por medio del método de resolución denominado por reducción.

1. Paso 1: Amplificar o simplificar cada ecuación con el objetivo de igualar los coeficientes de una de las dos incógnitas.
2. Paso 2: Restar o sumar, según corresponda, las ecuaciones con el objetivo de eliminar una de las incógnitas del problema.
3. Paso 3: Resolver la ecuación de la incógnita resultante.
4. Paso 4: Calcular el valor de la incógnita restante reemplazando en alguna de las ecuaciones originales.

Ecuaciones de Segundo Grado

Definición

Una ecuación de segundo grado es una relación de igualdad de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

con $a, b, c \in \mathbb{R}$, con $a \neq 0$.

Solución de una ecuación de segundo grado

Si $ax^2 + bx + c = 0$, entonces se define que

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ecuaciones de Segundo Grado

Análisis del discriminante

Llamaremos discriminante a la expresión $\Delta = b^2 - 4ac$. Este término permite definir el número de soluciones que tiene una ecuación de segundo grado.

- **Caso 1**: Si $\Delta > 0$, la ecuación tiene dos soluciones reales y distintos.
- **Caso 2**: Si $\Delta = 0$, la ecuación tiene única solución.
- **Caso 3**: Si $\Delta < 0$, la ecuación no tiene solución real.

Propiedades de las raíces de una ecuación de grado

Sea la ecuación de segundo grado $ax^2 + bx + c = 0$, con x_1 y x_2 sus soluciones, entonces se cumple que:

(1) $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ (2) $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

Ejercicios de Resolución Guiada

Problema 1

Dado el sistema

$$\left.\begin{array}{rcr} 2x - 5y & = & 11 \\ 3x + 2y & = & 7 \end{array}\right|$$

su solución es:

A) $x = -3$ e $y = -1$

B) $x = 3$ e $y = 1$

C) $x = 3$ e $y = -1$

D) $x = -3$ e $y = 1$

E) $x = 1$ e $y = -3$

Solución Problema 1

Multiplicamos por 3 la primera ecuación y por (-2) la segunda ecuación, obteniendo el sistema:

$$\begin{array}{rcr|} 6x - 15y & = & 33 \\ -6x - 4y & = & -14 \\ \hline \end{array}$$

al sumar las ecuaciones, se obtiene la ecuación:

$$-19y = 19 \implies y = -1$$

reemplazando en la ecuación

$$2x - 5y = 11 \implies 2x - 5(-1) = 11 \implies x = 3$$

La alternativa correcta es **C**

Problema 2

En la ecuación $x^2 - 2x + K = 0$, K es una constante real. Si una de las raíces de la ecuación es –6, el valor de K es:

A) 8

B) 6

C) 4

D) -8

E) -48

Solución Problema 2

Si se considera a $x = -6$ es una raíza de la ecuación, simplemente se reemplaza para encontrar el valor de K

$$(-6)^2 - 2(-6) + K = 0$$

$$36 + 12 + K = 0$$

$$K = -48$$

La alternativa correcta es **E**

Problema 3

En el sistema

$$\left.\begin{array}{rcl} 2x-4y & = & 0 \\ 2y-x & = & 7 \end{array}\right|$$

se puede decir sobre su solución que:

A) $x = 1$ e $y = -1$

B) $x = -2$ e $y = 2$

C) $x = 2$ e $y = 1$

D) tiene infinitas soluciones.

E) no tiene solución.

Solución Problema 3

Para resolver, se debe multiplicar por 2 a la segunda ecuación, luego se suman las ecuaciones

$$\begin{array}{rcr|} 2x - 4y & = & 0 \\ 4y - 2x & = & 14 \\ \hline \end{array}$$

Al sumar resulta

$$0 = 14$$

Como lo que resulta no es posible, es sistema no tiene solución.

La alternativa correcta es **E**

Problema 4

Un tren ha recorrido 200 kilómetros en cierto tiempo. Para recorrer la misma distancia en una hora menos, la velocidad del tren debe ser 10 kilómetros más por hora. La velocidad del tren es:

A) 4

B) 5

C) 40

D) 50

E) 80

Solución Problema 4

Para modelar la velocidad se sabe que $velocidad = \dfrac{distancia}{tiempo}$, si consideramos como x el tiempo inicial del tren

$$\frac{200}{x} + 10 = \frac{200}{x-1}$$

$$x^2 - x - 20 = 0$$

Las soluciones son: $x = -4$ y $x = 5$, como x es el tiempo se considera el positivo, ahora la velocidad es:

$$v = \frac{200}{5-1} = 50\frac{km}{hr}$$

La alternativa correcta es **D**

Problema 5

De un tablero de $2400 cm^2$ se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden $1283 cm^2$, ¿cuánto miden los lados del cuadrado pequeño?

A) 13

B) 21

C) 26

D) 31

E) 36

Solución Problema 5

Considerando que x será la medida del lado del cuadrado pequeño, se obtiene la ecuación:

$$2400 = 1283 + x^2 + (x+5)^2$$

$$2x^2 + +10x - 1092 = 0$$

$$x_1 = 21; x_2 = -26$$

Como son lados de un cuadrado se considera el valor positivo. la alternativa correcta es **B.**

Problema 6

En la ecuación $x^2 + px + q = 0$, p y q son constantes reales desconocidas. Se puede establecer si la ecuación tiene solución real, si:

(1) $p^2 = 4q + 81$

(2) $p < q$

A) (1) por sí sola.

B) (2) por sí sola.

C) Ambas juntas, (1) y (2).

D) Cada una por sí sola, (1) ó (2).

E) Se requiere información adicional.

Solución Problema 6

Como el discriminante de esta ecuación es:

$$\triangle = p^2 - 4 \cdot 1 \cdot q$$

Para que tenga solución

$$p^2 - 4q \geq 0$$

La opción (1) permite calcular el determinante resultando mayor que cero.
La opción (2) solo hace referencia si p es mayor que q, pero no hacer referencia si son mayores, menores o iguales a cero.

Por lo tanto la alternativa correcta es **A.**

Adelanto

Próxima Clase:

Función afín, lineal y cuadrática.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl

Pre UnAB
Universidad Andrés Bello

MATERIAL DIDACTICO

Función afín, lineal, inversa, cuadrática y potencia.

Clase # 5

Universidad Andrés Bello

2021

Función

Definición

Dada una relación $f : A \rightarrow B$, esta relación es función si y sólo si cada elemento de A tiene imagen única en B.

La variable x se llama **variable independiente**. La variable y se llama **dependiente**, llamada así debido a que sus valores *dependen* de x, ya que se obtienen al reemplazar la x.

- **Dominio** de una función (Dom_f) : es el conjunto de los valores de x.
- **Recorrido** de una función (Rec_f) : es el conjunto de los valores de y que son imágenes de un valor de x.

Función real: Se llama función real aquella función de dominio real con recorrido real.

Función Afín

Defnición

Es aquella que tiene la forma $f(x) = mx + n$; siendo m la pendiente y n el intercepto, tal que:

$$\text{Dominio} : Dom_f = \mathbb{R} \text{ ; Recorrido} : Rec_f = \mathbb{R}.$$

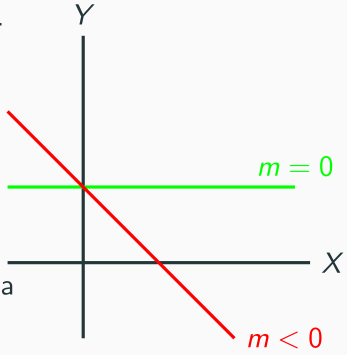
Función Afín

Ceros:

- Intersección con eje x $(-n/m, 0)$.
- Intersección con eje y $(0, n)$

Casos particulares:

- Si $m > 0 \implies y$ crece a medida que x crece.
- Si $m < 0 \implies y$ decrece a medida que x crece.
- Si $m = 0 \implies y$ es constante.



Función Lineal

Definición

La función lineal es un caso particular de función afín. Como la función afín es de la forma

$$f(x) = mx + n$$

donde en el caso de la función lineal $n = 0$, por lo que su forma es:

$$f(x) = mx$$

$$\text{Dominio} : Dom_f = \mathbb{R} \text{ ; Recorrido} : Rec_f = \mathbb{R}.$$

Función Cuadrática

Definición, Dominio y Recorrido

La función $f\ :\ \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ con a, b, c constantes, $a \neq 0$ se llama función cudrática y sus características son:

(a) $Dom(f) = \mathbb{R}$, ya que $\forall\, x\ \in\ \mathbb{R},\ \exists\, y\ =\ ax^2 + bx + c\ \in\ \mathbb{R}$.

(b) $Rec(f) = \{y\ \in\ \mathbb{R} \,/\, \exists\, x\ \in\ \mathbb{R}\ \text{tal que}\ y = f(x)\}$. Aquí debemos considerar dos casos:

1) Si $a > 0 \Longrightarrow Rec(f)\ =\ \left\{ y\ \in\ \mathbb{R} \,/\, y \geq c - \dfrac{b^2}{4a} \right\}$

2) Si $a < 0 \Longrightarrow Rec(f)\ =\ \left\{ y\ \in\ \mathbb{R} \,/\, y \leq\ c - \dfrac{b^2}{4a} \right\}$

Algunas propiedades de la función cuadrática

Si $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, son ceros de la función: $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ entonces:

a) $x_1 + x_2 = -\dfrac{c}{a}$

b) $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$

c) Si $a < 0$, entonces f tiene un máximo en $x = -\dfrac{b}{2a}$

d) Si $a > 0$, entonces f tiene un mínimo en $x = -\dfrac{b}{2a}$

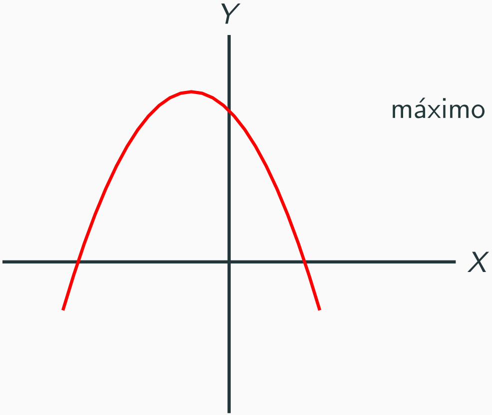
e) El número real $\dfrac{4ac - b^2}{4a}$, es el valor máximo o mínimo dependiendo del coeficiente a.

f) Al punto $\left(-\dfrac{b}{2a}, f\left(-\dfrac{b}{2a}\right)\right)$, se le llama vértice de la parábola.

Gráfica de la función cuadrática

Estudiaremos la gráfica cuando los ceros de la función son números reales.

Si $a < 0$, entonces:

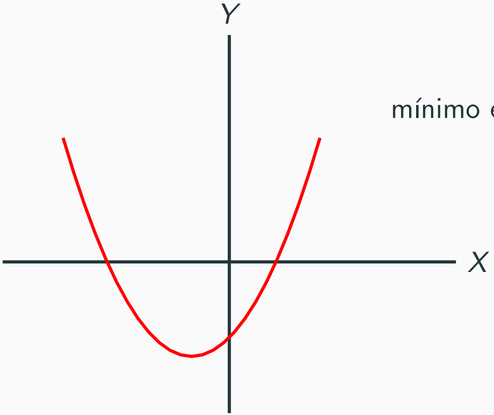


máximo en $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

Gráfica de la función cuadrática

Estudiaremos la gráfica cuando los ceros de la función son números reales.

Si $a > 0$, entonces:



mínimo en $\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$

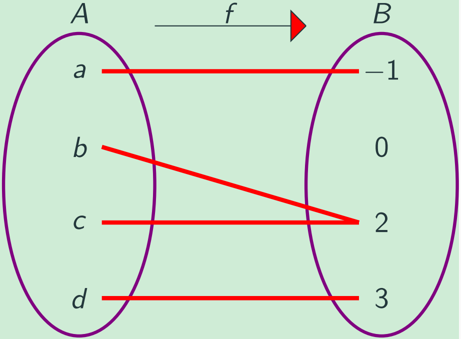
Problema 1

En la figura, f es función de A en B. Entonces:

I: $[f(a) - f(c)] : [f(b) - f(d)] = f(d)$

II: $Dom(f) = \{-1, 2, 3\}$.

III: $Rec(f) = \{a, b, c, d\}$.



Es (son) correcta(s):

(A) Solo I

(B) Solo I y II

(C) Solo II y III

(D) Solo I y III

(E) I, II y III

Solución Problema 1

Revisando cada punto:

I)

$$[f(a) - f(c)] : [f(b) - f(d)] = f(d)$$

$$[-1 - 2] \cdot [2 - 3] = 3$$

$$[-3] \cdot [-1] = 3$$

por lo tanto, I) es correcta

II) El dominio es $Domf = \{a, b, c, d\}$, II) es incorrecta

III) El recorrido es $Recf = \{-1, 0, 2, 3\}$, III) es incorrecta

La alternativa correcta es **A**

Ejercicios de Resolución Guiada

Problema 2

El peso P de un recién nacido durante las dos primeras semanas de vida, está dado por la función: $P(t) = 0,02t^2 - 0,2t + 3$, P en kilogramos y t el tiempo en días desde su nacimiento. Entonces:

I: Al quinto día el bebé pesa 500 gramos menos que al nacer.

II: Al décimo día el bebé pesa lo mismo que al nacer.

III: A las dos semanas el bebé pesa más que al momento de nacer.

Es (son) verdadera(s):

(A) Solo II

(B) Solo I y II

(C) Solo II y III

(D) Solo I y III

(E) I, II y III

Solución Problema 2

Calculamos:

$P(0) = 3; P(5) = 2,5; P(10) = 3; P(14) = 4, ...aprox$

I) $P(5) + 0,5 = P(0) \rightarrow 2,5 + 0,5 = 3$, es verdadera.

II) $P(10) = P(0) \rightarrow 3 = 3$, es verdadera.

III) $P(14) > P(0) \rightarrow 4, ... > 3$, es verdadera.

La alternativa correcta es **E**

Problema 3

Cierta investigación marina determinó que la relación entre el peso P y la longitud L de cierta variedad de Krill está dada por la función $P = 0,004 \cdot L^2$, donde P está en gramos y L en mm. Si esto es así, un ejemplar de 4 gramos de peso tiene una longitud de:

(A) 2,5 mm

(B) 7,5 mm

(C) 10,0 mm

(D) 12,0 mm

(E) 31,6 mm

Solución Problema 3

Se plantea la ecuación:

$$0,004 \cdot L^2 = 4$$

$$L^2 = 1000$$

$$L = \sqrt{1000}$$

$$L = 31,6(mm)$$

La alternativa correcta es **E**

Problema 4

¿Cuál de las siguientes funciones está representada en el gráfico:

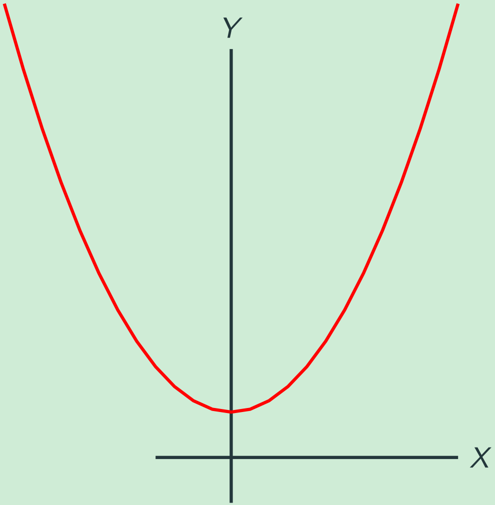
(A) $y = 1 - x^2$

(B) $y = x^2 - 1$

(C) $y = x^2$

(D) $y = x^2 + 1$

(E) $y = x^2 + x + 1$



Solución Problema 4

Considerando el gráfico se e claramente que $a > 0$, se descarta la alternativa A.

En el corte con el eje y, $x = 0$, por lo que y debe ser positivo. Se descarta la alternativa B y C.

El vértice debe estar en el eje y, por lo que se descarta la alternativa E.

La alternativa correcta es **D**

Problema 5

Sea $f(x) = (x-3)^2$, ¿cuál es su recorrido?

A) $[0, +\infty[$

B) $]-\infty, 0]$

C) $]-\infty, +\infty[$

D) $[3, +\infty[$

E) $]-\infty, 3]$

Solución Problema 5

Revisando las afirmaciones:

Como el vértce es $(3,0)$ y $a=1$.

El recorrido debe ser $y \in [0,+\infty[$

La alternativa correcta es **A.**

Problema 6

Según los especialistas en biometría, el largo total de la lagartija común es función afín de la longitud de su cola. Es posible determinar esa función, si:

(1) La longitud de la cola de una lagartija común de 25 cm. de largo es 10 cm.

(2) Una lagartija común de 19 cm. de longitud tiene una cola de 7 cm.

(A) (1) por sí sola.

(B) (2) por sí sola.

(C) Ambas juntas, (1) y (2).

(D) Cada una por si sola, (1) ó (2).

(E) Se requiere información adicional.

Solución Problema 6

Sí, es posible calcular con dos puntos la función afín, entonces solo ambas juntas (1) y (2) llevará a resolver el problema.

Por lo tanto la alternativa correcta es **C.**

Adelando

Próxima Clase:

Transformaciones isométricas, semejanza, proporcionalidad y homotecia de figuras planas.

Más Información y Ejercicios :

www.preunab.cl